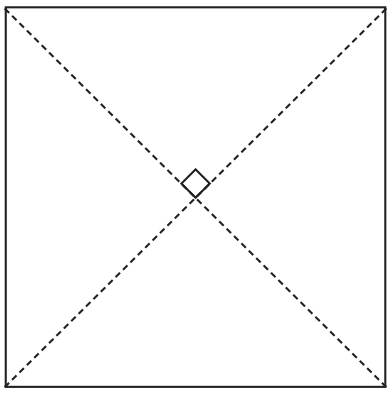
شکل هندسی مولکول متان

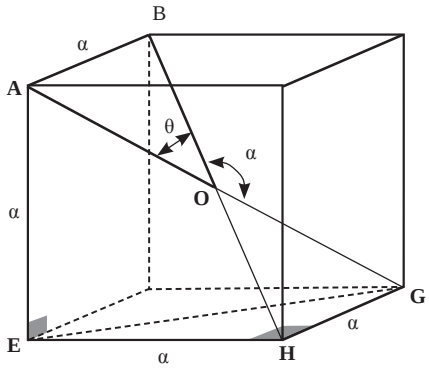
حسین کریمی
دبیر ریاضی تهران

در صفحه، ساده‌ترین چندضلعی منتظم که قطر دارد، مربع است و می‌دانیم در مربع، قطرها برهم عمودند.



شکل ۱

اما در فضا، ساده‌ترین چندوجهی منتظم دارای قطر، شش وجهی منتظم (مکعب) است که گاهی اشتباهاً تصور می‌کنیم، در مکعب اقطار برهم عمودند. اکنون نشان می‌دهیم که اگر زاویهٔ حادهٔ بین دو قطر مکعب را، θ بنامیم، داریم: $\cos\theta = \frac{۱}{۳}$ و چون α مکمل θ است: $\cos\alpha = -\frac{۱}{۳}$.



شکل ۲

مکعبی به یال a را در نظر می‌گیریم. ابتدا اندازهٔ قطر مکعب را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta AEG : AE = a, EG = a\sqrt{۲}, AE \perp EG$$
$$\Rightarrow AG^{۲} = AE^{۲} + EG^{۲} = a^{۲} + ۲a^{۲}$$
$$= ۳a^{۲} \Rightarrow AG = a\sqrt{۳}$$

یعنی اندازهٔ قطر مکعب برابر است با: $a\sqrt{۳}$ و در نتیجه:

$$OA = OB = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a$$

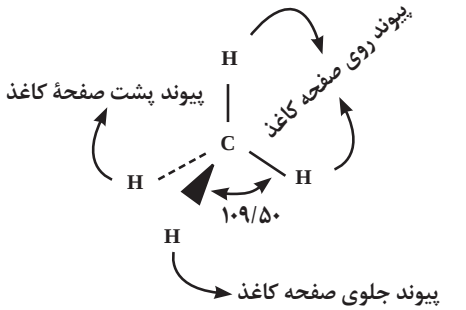
اکنـــون قضیهٔ کســـینوس‌ها را در مثلث ABO به‌کار می‌گیریم:

$$\cos\theta = \frac{OA^۲ + OB^۲ - AB^۲}{۲\times OA\times OB}$$

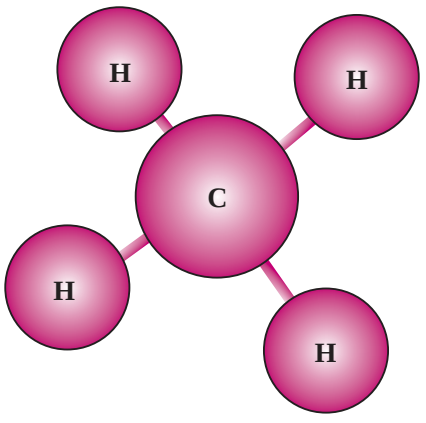
$$= \frac{\frac{۳}{۴}a^۲ + \frac{۳}{۴}a^۲ - a^۲}{۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}a\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}a} = \frac{\frac{۱}{۲}a^۲}{\frac{۳}{۲}a^۲} = \frac{۱}{۳}$$

که نشان می‌دهد، اندازهٔ زاویهٔ حادهٔ بین دو قطر (θ)، تقریباً ۷۰/۵ درجه است و نیز اندازهٔ زاویهٔ منفرجهٔ بین دو قطر (α) تقریباً ۱۰۹/۵ درجه است.

برای بســـیاری از دانش‌آمـــوزان، زاویهٔ ۱۰۹/۵ درجه آشناســـت، چراکه در درس شیمی ۲، در شکل هندسی متـــان ($CH_۴$) زاویهٔ بین یک CH بـــا CH دیگر، ۱۰۹/۵ درجه معرفی شـــده اســـت (تقریبی ـ کتاب شیمی سال دوم صفحهٔ ۸۷).

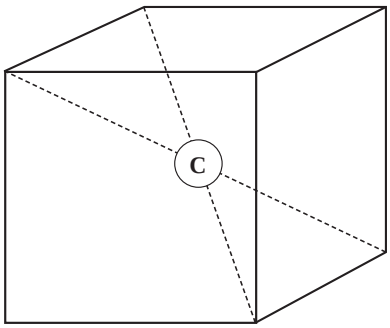


شکل ۳

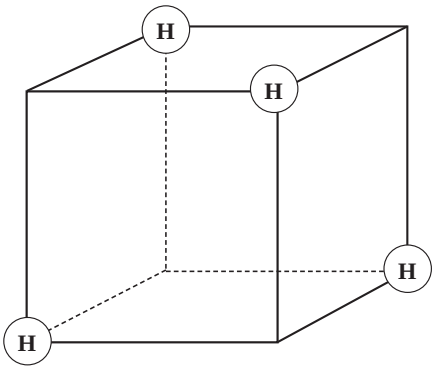


شکل ۴

در واقع شـــکل هندســـی متان به گونه‌ای است که کربن (C) در مرکز مکعب قرار دارد و دو هیدروژن (H) در دو رأس یک قطر از یک وجه و دو هیدروژن دیگر در دو رأس قطر غیرموازی با قطر قبلی در وجه روبه‌رو قرار می‌گیرد.

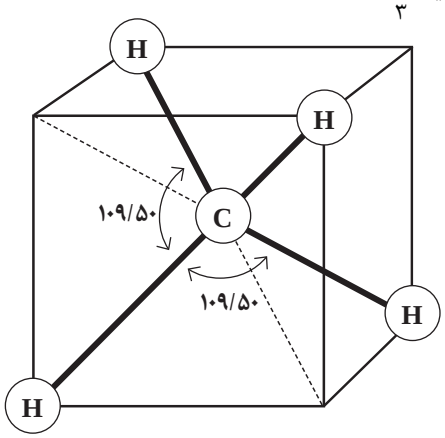


شکل ۵



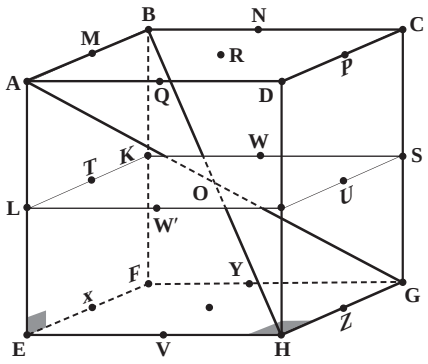
شکل ۶

همان‌طور که در شـــکل ۷ دیده می‌شود، هر یک از CHهـــا روی یکی از چهار قطـــر مکعب قرار می‌گیرند و به‌همیـــن دلیل زاویهٔ بین CHها، تقریباً ۱۰۹/۵ درجه و دقیقاً $\cos\alpha = -\frac{۱}{۳}$ است.



شکل ۷

مکعب دارای یک مرکز تقارن (O، محل تلاقی قطرها) و ۹ محور تقارن است (سه محور تقارن همان‌هایی هستند که مرکزهـای دو وجه روبه‌رو را به‌هـم وصل می‌کنند: WW′، TU و RJ. شـش محور تقارن دیگر همان‌هایی هستند که وسـط دو یال موازی غیرواقع بر یک وجه را به‌هـم وصـل می‌کننـد: (QY، NV، MZ، PX، KI و LS). توجه داشته باشیم که قطرهای مکعب محور تقارن محسوب نمی‌شوند.



شکل ۸

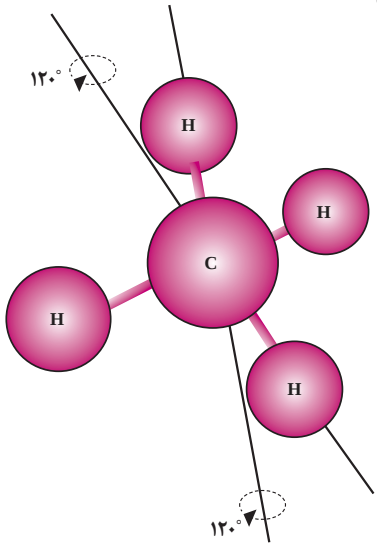
همچنین مکعب ۹ صفحهٔ تقارن دارد که عبارت‌اند از:

الـف) صفحه‌های گـذرا از مرکز و مـوازی دو وجه: LKSI، NQVY و MXZP.

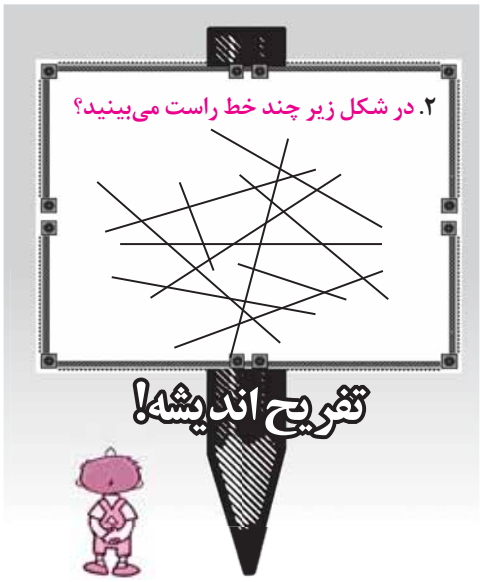
ب) صفحه‌های شامل دو یال موازی غیرواقع بر یک وجـه: ACGE، BDHF، ADGF، BCHE، ABGH و CDEF.

لازم به ذکر است که متان (CH_4) فاقد مرکز تقارن است و ۳ محور تقارن و ۶ صفحهٔ تقارن دارد (صفحه‌های شامل اتم کربن و دو اتم هیدروژن).

مولکول متان دارای ۴ محور دوران ۱۲۰° ای اسـت که اگر حـول هر یک از آن محورها، دوران ۱۲۰° اعمال شود، همان شـکل اولیه حاصل می‌شود. ۴ محور مزبور خط‌های واصل بین یکی از Hها با C هستند. همچنین دارای ۳ محـور دوران ۱۸۰° ای اسـت کـه اگر حول هر یک از آن محورها، دوران ۱۸۰° اعمال شود، همان شکل اولیه حاصل می‌شـود. آن ۳ محـور دوران، امتداد واصل مرکزهـای دو وجـه روبه‌رو در مکعـب و همان ۳ محور تقارن هستند.



شکل ۹



پرسش‌های پیکارجو!

۱. در ده کیسـه، به‌ترتیـب ۱ مهـره، ۲ مهره، ۳ مهـره و... و ۱۰ مهره در ده رنگ مختلف داریم. اگر بخواهیم دو مهرهٔ هم‌رنگ برداریم، چند راه داریم؟

الف) $\binom{۱۷}{۳}$ ب) $\binom{۱۱}{۳}$ ج) $\binom{۱۰}{۷}$ د) $\binom{۱۱}{۴}$ هـ) $\binom{۱۲}{۲}$